


## LE TRASFORMAZIONI IN CABRI

Per ottenere la figura immagine di una figura data in una trasformazione

- Disegna la figura di cui vuoi la trasformata e gli oggetti (asse o centro di simmetria, vettore,...) che caratterizzano la trasformazione
- Clicca sul pulsante **Trasforma** , tenendo premuto il tasto del mouse
- Seleziona la trasformazione desiderata
- Punta il mouse sulla figura iniziale (PRIMA SELEZIONE): appare un messaggio da confermare con un clic
- Effettua la SELEZIONE SUCCESSIVA (vedi tabella), puntando il mouse sull'oggetto relativo e cliccando per confermare il messaggio: appare la figura trasformata

<b>TRASFORMAZIONE</b>	<b>PRIMA SELEZIONE</b>	<b>SELEZIONE SUCCESSIVA</b>
<b>Simmetria assiale</b>	Oggetto di cui si vuole determinare il corrispondente	<b>Asse di simmetria</b> Può essere una retta, un segmento, una semiretta, un vettore, un asse, un lato di un poligono
<b>Simmetria centrale</b>	Oggetto di cui si vuole determinare il corrispondente	<b>Centro di simmetria</b>
<b>Traslazione</b>	Oggetto di cui si vuole determinare il corrispondente	<b>Vettore</b> Definito da due punti, di cui il primo è il punto di applicazione. L'opzione VETTORE è presente nel menu RETTE
<b>Rotazione</b>	Oggetto di cui si vuole determinare il corrispondente	<b>Centro di rotazione - Angolo di rotazione</b> Definito da un numero (misura dell'angolo) che va scritto a video utilizzando NUMERI dal menu VISUALIZZA
<b>Omotetia</b>	Oggetto di cui si vuole determinare il corrispondente	<b>Centro di omotetia - Rapporto di omotetia</b> Definito da un numero che va scritto a video utilizzando NUMERI dal menu VISUALIZZA
<b>Inversione</b>	-	-

## CABRI - La simmetria assiale

### Come disegnare una figura simmetrica ad una data

1. Disegna un triangolo non isoscele  $ABC$  ed una retta  $a$  esterna ad esso  
Opera su di esso con una simmetria di asse  $a$ , con lo strumento TRASFORMA / SIMMETRIA ASSIALE: sia  $A'B'C'$  il triangolo ottenuto, simmetrico di  $ABC$  rispetto all'asse  $a$
2. Muovi la figura, in modo che
  - la retta  $a$  passi per un vertice del triangolo
  - la retta  $a$  intersechi il triangoloQuali punti rimangono uniti nella trasformazione?
3. Cancella il triangolo  $A'B'C'$  ottenuto e costruiscilo nuovamente, ma senza usare l'opzione predefinita SIMMETRIA ASSIALE; controlla il risultato ottenuto.  
Descrivi il procedimento seguito.
4. La simmetria assiale è una collineazione: verifica tale affermazione con Cabri e spiega la procedura seguita.

### Come si trasforma una retta in una simmetria

1. Analizza la reciproca posizione di rette corrispondenti in una simmetria assiale
  - Disegna una retta  $a$ : sarà l'asse di simmetria. Segna due punti  $A$  e  $B$  esterni alla retta
  - Costruisci  $A'$  e  $B'$ , immagini di  $A$  e  $B$  rispettivamente, con lo strumento TRASFORMA / SIMMETRIA ASSIALE
  - Traccia la retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$  e la retta  $r'$  passante per  $A'$  e  $B'$Prova a spostare il punto  $A$  sul foglio di lavoro, osservando cosa succede della retta  $r'$  nei tre casi
  - (a) La retta  $r$  è parallela all'asse  $a$
  - (b) La retta  $r$  è perpendicolare all'asse  $a$
  - (c) La retta  $r$  non è parallela né perpendicolare all'asse  $a$Come è  $r'$  rispetto ad  $r$ ? Ci sono punti di  $r$  che restano uniti nella trasformazione?  
Sintetizza i risultati
2. Verifica le tue ipotesi nel modo seguente
  - (a) Traccia l'asse  $a$ ; traccia una retta  $r$  parallela alla retta  $a$  e la retta  $r'$  corrispondente di  $r$  nella simmetria di asse  $a$   
Seleziona l'opzione VERIFICA PROPRIETA' / PARALLELO  
Qual è il contenuto del messaggio?
  - (b) Traccia una retta  $r$  perpendicolare alla retta  $a$   
Segna un punto  $A$  appartenente ad  $r$  e costruisci il suo simmetrico  $A'$  rispetto ad  $a$   
Traccia la retta  $r'$  corrispondente di  $r$  nella simmetria di asse  $a$   
Seleziona l'opzione VERIFICA PROPRIETA' / APPARTIENE A  
Il punto  $A'$  a quali rette appartiene?
  - (c) Traccia una retta  $r$  non parallela né perpendicolare all'asse  $a$   
Traccia la retta  $r'$  corrispondente di  $r$  nella simmetria di asse  $a$   
Individua il punto  $P$  di intersezione delle rette  $r$  ed  $r'$ , con lo strumento INTERSEZIONE DI DUE OGGETTI  
Seleziona l'opzione VERIFICA PROPRIETA' / APPARTIENE A  
Il punto  $P$  appartiene all'asse?
3. Qual è l'immagine dell'asse  $a$  nella simmetria? Quali sono i punti uniti?

## Come riconoscere se una figura è simmetrica di un'altra

1. Disegna un triangolo non isoscele  $ABC$  ed una retta  $a$  esterna ad esso  
Opera su di esso con una simmetria di asse  $a$ , con lo strumento TRASFORMA / SIMMETRIA ASSIALE: sia  $A'B'C'$  il triangolo ottenuto, simmetrico di  $ABC$  rispetto all'asse  $a$
2. Nascondi l'asse di simmetria
3. Individua una strategia che ti consenta di disegnare l'asse  $a$

## Le figure simmetriche (a se stesse)

Cabri permette di disegnare curve (rette, coniche) nel piano cartesiano e di visualizzare le relative equazioni.

Se vogliamo lavorare nel piano cartesiano:

- Selezioniamo DI SEGNA / MOSTRA GLI ASSI: nel foglio di lavoro vengono disegnati gli assi cartesiani X ed Y
- Selezioniamo DI SEGNA / GRIGLIA, avviciniamo il mouse ad uno degli assi cartesiani e a video appare un messaggio "Questi assi"; clicchiamo ed appare una griglia costituita dai punti del piano cartesiano a coordinate intere

1. Disegna il poligono di vertici  $A(-3,1)$ ,  $B(-2,4)$ ,  $C(4,2)$ ,  $D(2,-4)$ ,  $E(-1,-3)$  e la retta  $a$  di equazione  $y=1/2 x$
2. Opera su di esso con una simmetria di asse  $a$ , con lo strumento TRASFORMA / SIMMETRIA ASSIALE
3. Che figura ottieni?
4. Individua i punti uniti nella trasformazione e i corrispondenti dei vertici.

Classifica i poligoni studiati finora (triangoli e quadrilateri) in base al numero di assi di simmetria che presentano

N° assi di simmetria	TRIANGOLI	QUADRILATERI
1		
2		
3		
4		

## CABRI - Trasformazioni composte (1)

Usa possibilmente triangoli non isosceli. Indicheremo con  $s_a$  una simmetria rispetto ad una retta  $a$ .

1. Disegna ABC e la retta  $a$ ; costruisci A'B'C' usando TRASFORMA / SIMMETRIA ASSIALE; poi usa TRASFORMA / SIMMETRIA ASSIALE su A'B'C' rispetto ad  $a$ : cosa ottieni? Cosa puoi concludere?

### Prodotto di composizione di due simmetrie assiali in assi paralleli

2. Disegna ABC e due rette parallele  $a, b$  (non troppo vicine). Opera su ABC con  $s_a$  ottenendo A'B'C'; opera su A'B'C' con  $s_b$  ottenendo A''B''C''. Nascondi A'B'C'.

Puoi dire che A''B''C'' è simmetrico di ABC?

La trasformazione che hai ottenuto è un **traslazione**. Cercane le caratteristiche:

- Congiungi i vertici corrispondenti e misura i segmenti ottenuti; cosa osservi?
- Misura la distanza tra le rette  $a, b$  (come puoi fare?)
- Cerca il legame tra le misure fatte.

### Prodotto di composizione di due simmetrie assiali in assi incidenti

3. Disegna ABC e due rette  $a, b$  incidenti in O. opera su ABC con  $s_a$  ottenendo A'B'C' e poi su A'B'C' con  $s_b$  ottenendo A''B''C''. Nascondi A'B'C'.

Puoi dire che A''B''C'' è simmetrico di ABC?

La trasformazione che hai ottenuto è una **rotazione di centro O**. Cercane le caratteristiche:

- Congiungi i vertici dei due triangoli con il punto O e misura gli angoli AOA', BOB', COC'.
- Misura l'angolo tra le rette  $a, b$ .
- Cerca il legame tra le misure fatte.

### Prodotto di composizione di due simmetrie assiali in assi perpendicolari

4. Disegna un poligono P a tuo piacere con POLIGONO e due rette  $a, b$  tra loro perpendicolari in O. Opera su P con  $s_a$  ottenendo P', poi su P' con  $s_b$  ottenendo P'', poi su P'' con  $s_a$  ottenendo P''', infine su P''' con  $s_b$ . Cosa hai ottenuto?

La trasformazione che hai ottenuto è una **rotazione di centro O e ampiezza 180°**, ovvero una **simmetria di centro O**.

Cercane le particolarità

Quali figure simmetriche centralmente conosci?

## CABRI - Trasformazioni composte (2)

**OBBIETTIVO** - Verificare che, a partire dalla simmetria assiale, si possono ottenere tutti gli altri tipi di isometrie<sup>1</sup>

Abbiamo già visto che:

1. il prodotto di composizione di due isometrie è una isometria
2. il prodotto di composizione di due simmetrie assiali in assi paralleli è una **traslazione** di vettore perpendicolare agli assi, nel verso dal primo al secondo, con lunghezza pari al doppio della loro distanza<sup>2</sup>
3. il prodotto di composizione di due simmetrie assiali in assi incidenti è una **rotazione**, con centro nel punto C di incidenza e ampiezza uguale al doppio dell'angolo tra il primo asse e il secondo<sup>3</sup>

### ESERCIZIO: una nuova isometria, la glissosimmetria

La produzione del pittore olandese M. C. Escher è tutta imperniata su rigorosi studi geometrici. Le immagini seguenti sono tratte da alcune sue composizioni



Egli riesce a creare "pavimentazioni" uniformi utilizzando immagini dirette e inverse di alcune forme base, opportunamente modellate.

Per esempio, nel caso delle lucertole, ciascuno degli animali rappresentati può essere trasformato in un altro con una semplice rotazione di  $120^\circ$  attorno al punto comune alle tre teste. Negli altri due disegni tutte le anatre, o i pesci, di una medesima fila si corrispondono in opportune traslazioni lungo rette orizzontali; però se provi a mettere in relazione tra loro una delle anatre che "guardano" a destra con una di quelle che "guardano" a sinistra ti chiederai con quale trasformazione si può passare dall'una all'altra.

- La trasformazione è **diretta** (mantiene l'orientamento dei punti del piano) o **invertente** (non mantiene l'orientamento dei punti del piano)?
- Si tratta di una trasformazione che hai già studiato?
- Pensa ad una trasformazione che si svolge in due momenti successivi, con l'utilizzazione di due trasformazioni distinte; confronta la tua costruzione con quella dei tuoi compagni
- Quante costruzioni fanno corrispondere tra loro le due figure?


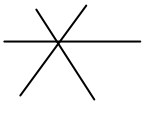
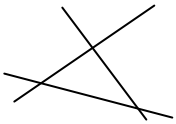
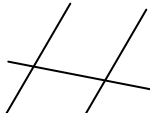
<sup>1</sup> Non è invece possibile far derivare ogni altro tipo di isometrie componendo solo traslazioni o solo rotazioni

<sup>2</sup> Nel caso particolare in cui i due assi sono paralleli coincidenti, applicando due volte la stessa simmetria assiale, si ottiene l'**identità**

<sup>3</sup> Nel caso particolare in cui i due assi sono tra loro perpendicolari, la trasformazione ottenuta è una **simmetria di centro C** (rotazione di  $180^\circ$ )

## La composizione di tre simmetrie assiali

Componendo tra loro tre simmetrie assiali, otterrai certamente una trasformazione invertente. Aiutandoti con CABRI, studia uno per uno i casi che si possono presentare a seconda della posizione reciproca degli assi e completa la seguente tabella:

POSIZIONE DEGLI ASSI	TRASFORMAZIONE	CARATTERISTICHE DELLA TRASFORMAZIONE
I tre assi sono paralleli		
I tre assi concorrono in un solo punto		
I tre assi non sono tra loro paralleli e non si intersecano in un solo punto		
Due dei tre assi sono paralleli		

Tenendo conto di quanto hai osservato nella composizione di simmetrie, evidenzia come è possibile ottenere ogni isometria a partire dalla simmetria assiale

La trasformazione	è il prodotto di composizione di
identità	
traslazione	
rotazione	
simmetria centrale	
glissosimmetria	